XFYS4336 Havaitseva tähtitiede II

Silja Pohjolainen Kaj Wiik

Tuorlan observatorio

Kevät 2014

Osa kuvista on lainattu kirjasta Wilson, Rohlfs, Hüttemeister: 'Tools of Radio astronomy'

Luento 2, polarisaatio

Kertausta

Aaltovektorit

Poincarén pallo

Stokesin parametrit

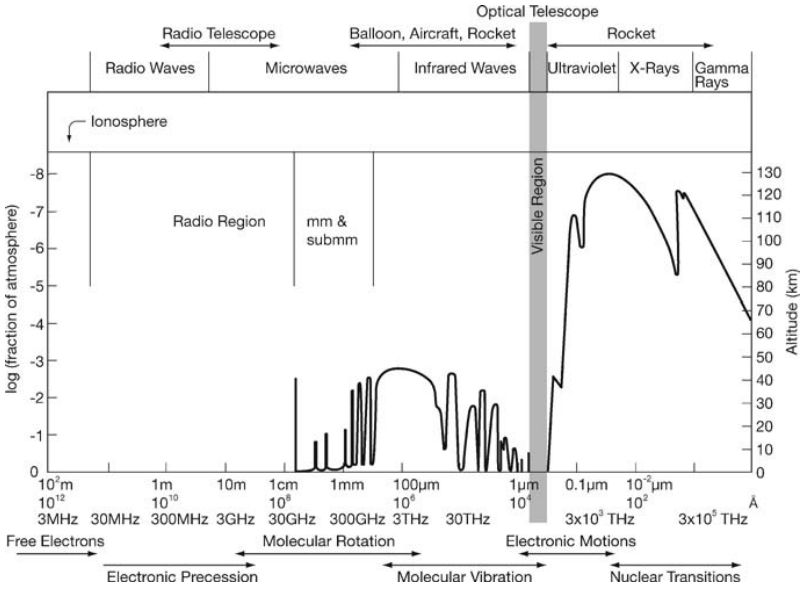
Rotaatiomitta

Radioikkuna ja vaimennus

Ionosfäärin plasma vaimentaa radioaaltoja plasmataajuuden

$$\frac{\nu_{\mathrm{p}}}{\mathrm{kHz}} = 8.97\sqrt{\frac{N_{\mathrm{e}}}{\mathrm{cm}^{-3}}}, \qquad (1)$$

alapuolella (ei merkitty kuvaan, vaihtelee suuresti). Korkeammilla taajuuksilla vesihöyry (22 GHz, 183 GHz) ja happi (60, 119 GHz) absorboivat radioaaltoja.



Taajuuksilla > 300 GHz on myös typen ja hiilidioksidin absorptioviivoja.

Kirkkaus ja kokonaisvuontiheys

Kokonaisvuontiheys $\mathrm{W\,m^{-2}\,Hz^{-1}}$:

$$S_\nu = \int_{\Omega_\mathrm{s}} I_\nu(\theta, \phi)\, \cos\theta\, \mathrm{d}\Omega \tag{2}$$

$$1\mathrm{Jy} = 10^{-26}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,Hz^{-1}} \tag{3}$$

$$S_\nu = I_\nu \frac{\pi\, R^2}{r^2} = I_\nu\, \Delta\Omega, \tag{4}$$

jossa $\Delta\Omega$ on määritelty avaruuskulmana joka vastaa kohdetta etäisyydellä r, eli *kokonaisvuontiheys pienenee etäisyyden funktiona* $(1/r^2)\}$.

Planckin laki ja Rayleigh-Jeans approksimaatio

Planckin laki:

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2}\frac{1}{e^{h\nu/kT}-1} \tag{5}$$

Rayleigh-Jeans:

$$B_{\mathrm{RJ}}(\nu, T) = \frac{2\nu^2}{c^2}kT = \frac{2kT}{\lambda^2} \tag{6}$$

Stefan-Boltzmannin säteilylaki:

$$B(T) = \sigma T^4, \tag{7}$$

jossa

$$\sigma = \frac{2\pi^4 k^4}{15c^2h^3}. \tag{8}$$

Wienin siirtymälaki:

$$\nu_{\max}[\mathrm{GHz}] = 58.789\,T[\mathrm{K}], \tag{9}$$

$$\lambda_{\max}[\mathrm{mm}]\,T[\mathrm{K}] = 2.8978. \tag{10}$$

Säteilyn siirtyminen väliaineessa

Optisesta paksuudesta τ aiheutuva vaimennus on

$$L = e^{-\tau} \tag{11}$$

Intensiteetti:

$$I_\nu(s) = I_\nu(0)e^{-\tau_\nu(s)} + B_\nu(T)\left(1 - e^{-\tau_\nu(s)}\right), \tag{12}$$

Kohinalämpötila:

$$T_b(s) = T_b(0)e^{-\tau_\nu(s)} + T(1 - e^{-\tau_\nu(s)}) \tag{13}$$

Gaussin funktion muotoisen kohteen kokonaisvuontiheys

Gaussin funktion muotoiselle kohteelle voidaan johtaa sen säteilemä kokonaisvuontiheys

$$S_\nu = \frac{2.65\, T_b\, \theta^2}{\lambda^2}, \tag{14}$$

jossa S_ν on Janskeina, θ kaariminuutteina ja λ senttimetreinä.

Nyquistin teoreema ja kohinalämpötila

Radioastronomian havaintolaitteet mittaavat (hyvin pientä) sähkötehoa joten sähkötehon ja lämpötilan välinen yhteys yhdistää vastaanottimen havaitseman sähkötehon ja kohteen kirkkauden kautta kokonaisvuontiheyden.

Lämpötilassa T oleva vastus (resistor) tuottaa sähkötehon P. Sama pätee myös toisin päin, eli kun vastukseen syötetään tehoa se lämpenee saman kaavan mukaan:

$$P_\nu = kT \tag{15}$$

eli teho taajuusyksikköä kohti tai kokonaisteho

$$P = kTB, \tag{16}$$

jossa k on Boltzmannin vakio ja B on kaistaleveys.

Aaltovektorit

Sähkömagneettisen aallon sähkökentän vektorit ovat kohtisuorassa aallon etenemissuunnan suhteen (ja keskenään), monokromaattisessa (yksi taajuus) tapauksessa

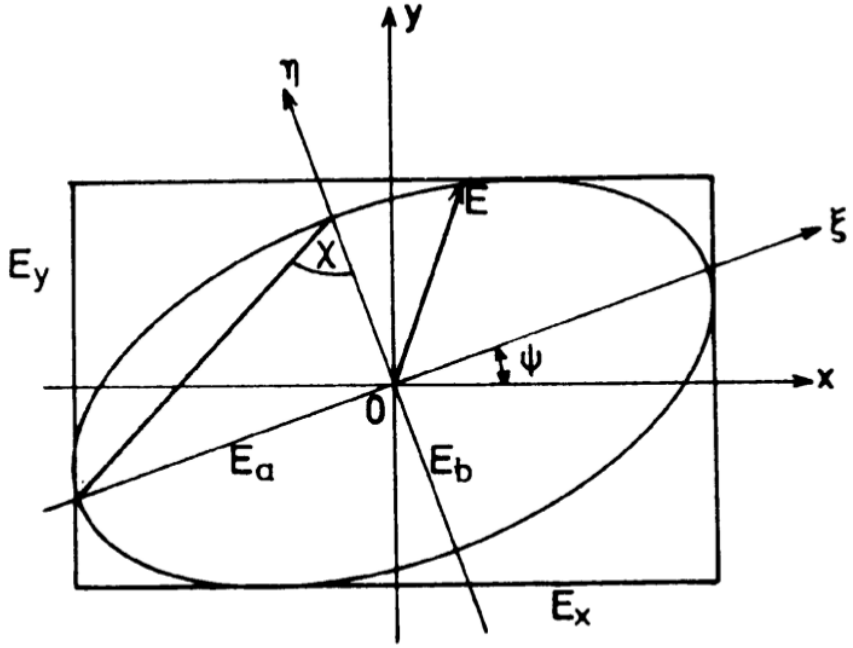
$$\begin{aligned} E_x &= E_1 \cos(kz - \omega t + \delta_1) \\ E_y &= E_2 \cos(kz - \omega t + \delta_2) \\ E_z &= 0, \end{aligned} \tag{17}$$

jossa $k = 2\pi/\lambda$ ja $\omega = 2\pi\nu$. Yhtälö (17) kuvaa spiraalia sylinterin pinnalla.
Spiraalin poikkileikkaus on muotoa

$$\left(\frac{E_x}{E_1}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_2}\right)^2 - 2\frac{E_x}{E_1}\frac{E_y}{E_2}\cos\delta = \sin^2\delta, \tag{18}$$

jossa $\delta = \delta_1 - \delta_2$.

Polarisaatioellipsi



Yhtälö (18) on ellipsin yhtälö eli tästä syystä sanotaan että yleisessä muodossa aalto on **elliptisesti polarisoitunut** ja $\sin\delta$ määrittää polarisaation pyörimissuunnan.

Ellipsin (18) asento on yleensä satunnainen koordinaatiston suhteen. Kun valitaan koordinaatisto jossa akseleina ovat ellipsin akselit, saadaan ellipsin yhtälöksi ($\tau = kz - \omega t$)

$$\begin{aligned} E_\xi &= E_a \cos(\tau + \delta) \\ E_\eta &= E_b \sin(\tau + \delta). \end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned} E_\xi &= E_x \cos\Psi + E_y \sin\Psi \\ E_\eta &= -E_x \sin\Psi + E_y \cos\Psi \end{aligned} \tag{20}$$

määrittelee koordinaatistonvaihdon.

Polarisaatioparametrit

Kokonaisvuo eli **Poyntingin vuo** määritellään:

$$S_0 \equiv E_a^2 + E_b^2 = E_1^2 + E_2^2, \tag{21}$$

eli se voidaan lausua kahden mielivaltaisen ortogonaalisen kenttäkomponentin neliön summana.

Sähkömagneettisen aallon polarisaatio voidaan kuvata seuraavien parametrien avulla täydellisesti:

$$\frac{E_1}{E_2} = \tan\alpha \tag{22}$$

$$\tan 2\Psi = -\tan 2\alpha \cos\delta \tag{23}$$

$$\frac{E_a}{E_b} = \tan\chi \tag{24}$$

$$\sin 2\chi = \sin 2\alpha \sin\delta \tag{25}$$

Vaihe-ero δ

Vaihe-eron δ (ja myös χ:n) etumerkki määrää polarisaation pyörimissuunnan:

- $\sin\delta > 0$ tai $\tan\chi > 0 \Rightarrow$ **oikeakätinen polarisaatio**
- $\sin\delta < 0$ tai $\tan\chi < 0 \Rightarrow$ **vasenkätinen polarisaatio**

Oikeakätisessä polarisaatiossa kenttävektori **E** pyörii etenemissuuntansa suhteen kuten oikeakätinen ruuvi.

Lisäksi jos

$$\delta = \delta_1 - \delta_2 = m\pi, m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots \tag{26}$$

polarisaatioellipsi supistuu suoraksi ja kyseessä on **lineaarinen polarisaatio**.

Ympyräpolarisaatio

Toinen erikoistapaus on kun

$$E_1 = E_2 = E \tag{27}$$

ja

$$\delta = \frac{\pi}{2}(1+m), m = 0, 1, \pm 2, \pm 3 \ldots \tag{28}$$

Tällöin polarisaatioellipsin yhtälö (18) muuttuu ympyrän yhtälöksi:

$$E_x^2 + E_y^2 = E \tag{29}$$

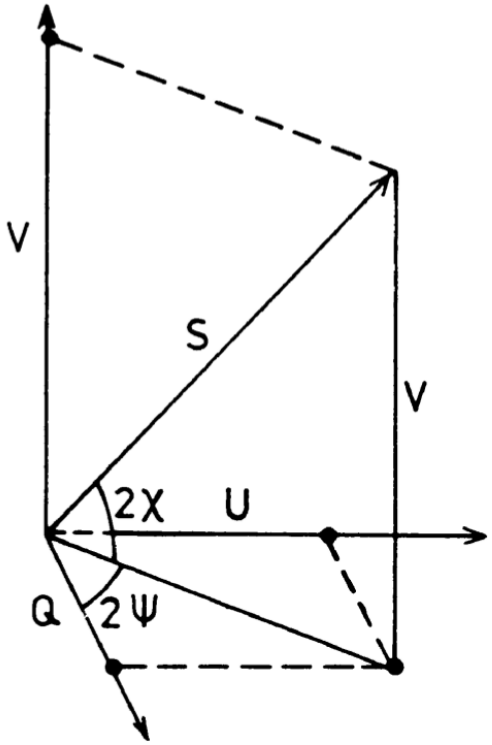
Elliptisesti polarisoitunut aalto voidaan lausua myös kahden ortogonaalisen ympyräpolarisoituneen aallon avulla:

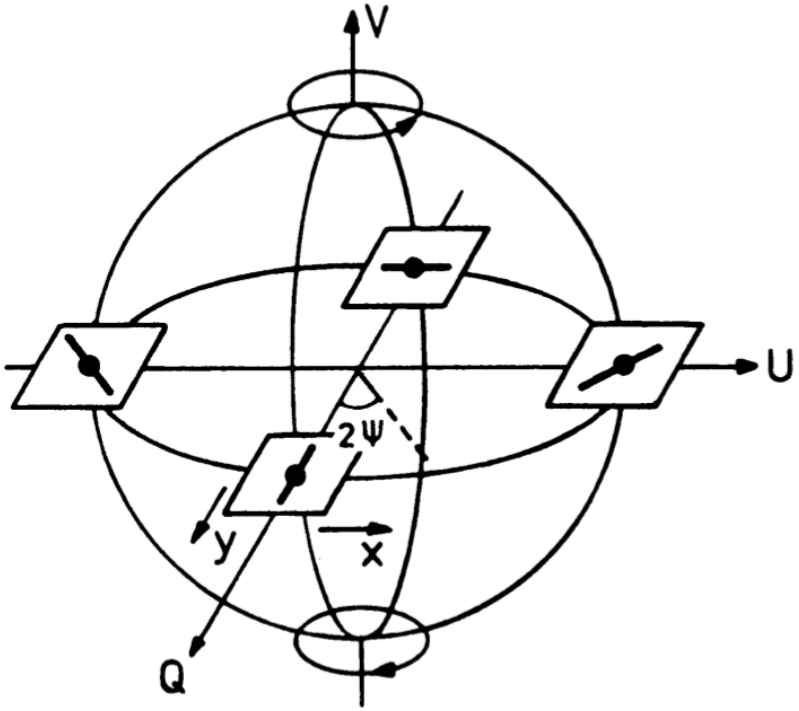
$$\begin{aligned} E_r &= \frac{1}{2}(E_a + E_b) \\ E_l &= \frac{1}{2}(E_a - E_b) \end{aligned} \tag{30}$$

Poyntingin vuo voidaan lausua näiden komponenttien neliöiden summana:

$$S_0 = E_a^2 + E_b^2 = E_r^2 + E_l^2 \tag{31}$$

Poincarén pallo ja Stokesin parametrit





Jos ajatellaan että 2Ψ on pituusaste ja 2χ on leveysaste pallolla jonka säde on S_0 saadaan kaikki polarisaatiot esitettyä pallon pinnalla.

Pallon päiväntasaaja kuvaa lineaarista polarisaatiota, pohjoisnapa oikeakätistä ja etelänapa vasenkätistä polarisaatiota. Akselit vastaavat Stokesin parametreja.

Stokesin parametrit I

Poincarén pallon avulla voidaan määritellä **Stokesin parametrit**:

$$
\begin{aligned}
S_0 &= I = E_a^2 + E_b^2 \\
S_1 &= Q = S_0 \cos 2\chi \cos 2\Psi \\
S_2 &= U = S_0 \cos 2\chi \sin 2\Psi \\
S_3 &= V = S_0 \sin 2\chi
\end{aligned} \tag{32}
$$

Ainoastaan kolme parametrista ovat riippumattomia, neljäs voidaan lausua toisten avulla:

$$
\begin{aligned}
S_0^2 &= S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \\
I^2 &= Q^2 + U^2 + V^2
\end{aligned} \tag{33}
$$

Stokesin parametrit II

Edellä esitellyillä parametreilla voidaan esittää aallon polarisaatioaste yksiselitteisesti mutta niiden johtaminen havainnoista on hankalaa. Lausumalla parametrit kenttävektorien ja niiden vaihe-eron avulla, saadaan:

$$\begin{aligned} S_0 &= I = E_1^2 + E_2^2 \\ S_1 &= Q = E_1^2 - E_2^2 \\ S_2 &= U = 2E_1E_2\cos\delta \\ S_3 &= V = 2E_1E_2\sin\delta \end{aligned} \tag{34}$$

Erikoistapaukset:

- Oikeakätinen ympyräpolarisaatio: $I = V = S$ ja $Q = U = 0$
- Vasenkätinen ympyräpolarisaatio: $I = S$, $V = -S$ ja $Q = U = 0$
- Lineaarinen polarisaatio: $I = S$, $V = 0$, $Q = I\cos 2\Psi$ ja $U = I\sin 2\Psi$

Stokesin parametrit kvasimonokromaattiselle aallolle

Kun aalto ei ole monkromaattinen mutta $\Delta\nu/\nu \ll 1$ voidaan Stokesin parametrit lausua kuitenkin kenttäkomponenttien aikakeskiarvoina $\langle\rangle$:

$$
\begin{aligned}
S_0 &= I = \langle a_1^2 \rangle + \langle a_2^2 \rangle \\
S_1 &= Q = \langle a_1^2 \rangle - \langle a_2^2 \rangle \\
S_2 &= U = \langle 2 a_1 a_2 \cos\delta \rangle \\
S_3 &= V = \langle 2 a_1 a_2 \sin\delta \rangle
\end{aligned} \tag{35}
$$

Polarisaatioaste p

Kvasimonokromaattinen aalto ei ole välttämättä täysin polarisoitunut, tällöin

$$\begin{aligned} S_0^2 &\geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \\ I^2 &\geq Q^2 + U^2 + V^2. \end{aligned} \tag{36}$$

Polarisaatioaste määritellään

$$p = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \tag{37}$$

Yleisen (kvasimonokromaattisen) aallon Stokesin parametrit ovat erillisten aaltojen Stokesin parametrien summa.

Faradayn polarisaatiokiertymä ja rotaatiomitta

Polarisaatiohavainnot antavat tietoa kohteen magneettikentän voimakkuudesta ja suunnasta ja myös elektronitiheydestä. Lineaarisesti polarisoituneen aallon polarisaatiokulma χ^{lin} muuttuu jos se kulkee magneettikentän läpi:

$$\chi^{\mathrm{lin}}(\lambda) = \chi_0^{\mathrm{lin}} + \mathrm{RM} \cdot \lambda^2, \tag{38}$$

jossa

$$\mathrm{RM} = 0.81 \int_{\mathrm{kohde}}^{\mathrm{havaitsija}} n_e \overrightarrow{B} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{l}. \tag{39}$$

χ_0^{lin} on alkuperäinen kohteen polarisaatiokulma, RM on rotaatiomitta (rotation measure) n_e on elektronitiheys (cm^3), B magneetikenttä (μG) ja matka l (parsec).

(Radioastronomiassa polarisaatiokulman symboli on yleisesti χ, Rohlfsin kirjassa sitä on käytetty toisessa tarkoituksessa, sen takia käytän merkintää χ^{lin})